COLLEGE VICTOR HUGO
BOURGES

BREVET BLANC 3$^{\text{ème}}$

MATHEMATIQUES

Janvier 2005

Durée : 2 heures

L'usage d'instrument de calcul, en particulier d'une calculatrice de poche – éventuellement programmable et alphanumérique – à fonctionnement autonome, non imprimante, est autorisé conformément à la circulaire n°86-228 du 28 juillet 1986 publiée au B.O. n°34 du 2 octobre 1986.

La présentation, la clarté du raisonnement, la rigueur de la rédaction seront des critères pris en compte dans la note attribuée à cette épreuve.

Activités numériques (12 points)

Exercice 1 : (sur 4)

1. a- Calculer A, B, et C et donner les résultats sous forme irréductible .

$A = -36 - 6 \times [13 - 2 \times (-4 + 1)^2]$ $\quad B = \frac{-3}{2} + \frac{21}{2} \times \frac{5}{7}$ $\quad C = \frac{\frac{1}{7} - \frac{1}{3}}{\frac{1}{7} + 1}$

b- a) Que peut-on dire des nombres A et B ?
b) Que peut-on dire des nombres A et C ?

2. Calculer D en donnant le résultat sous une forme scientifique.

$$D = \frac{8 \times (10^3)^2 \times 15 \times 10^{-5}}{6 \times 10^7}$$

Exercice 2 : (sur 4,5)

Soit M l'expression définie par : $M = (3x + 4)(x - 5) - (3x + 4)$

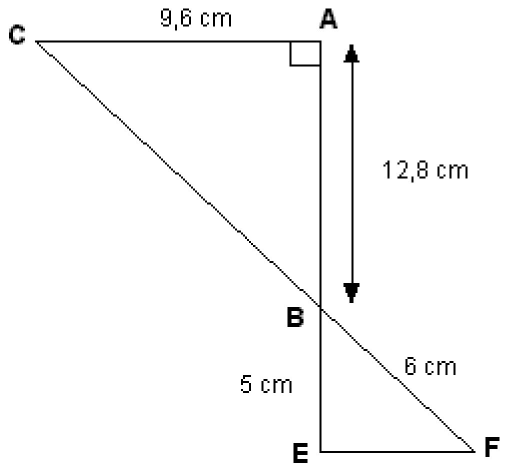
1. Développer et réduire M.
2. Factoriser M.
3. Résoudre l'équation $(x - 6)(3x + 4) = 0$.
4. Calculer M si $x = \frac{2}{3}$ (donner la valeur exacte).

Exercice 3 : (sur 3.5)

1. Calculer le PGCD de 42 et 87 (on détaillera les calculs nécessaires).
2. Les deux nombres sont-ils premiers entre eux ? Justifier.
3. En expliquant, simplifie $\frac{42}{87}$
4. Une pièce rectangulaire mesure 4,2 m sur 8,7 m. Son sol est couvert de dalles entières et carrées.
a- Quelle est la plus grande dimension possible pour chacune de ces dalles ?
b- Combien faut-il alors de ces dalles pour couvrir le sol de la pièce ?
Justifier clairement vos réponses.

Activités géométriques (12 points)

Exercice 1 : (sur 5)



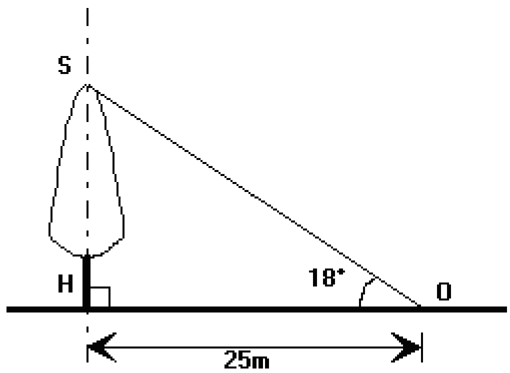
Toutes les données sont sur la figure.

1. Dans le triangle rectangle ABC, calculer BC.

2. Calculer puis comparer $\frac{BA}{BE}$ et $\frac{BC}{BF}$.
   Que peut-on en conclure ? Justifier.

3. Le triangle BEF est-il rectangle ?
   Justifier la réponse.

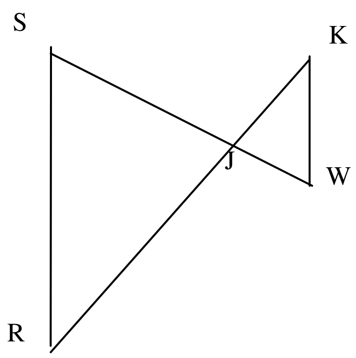
Exercice 2 : (sur 4)



1. Calculer, au décimètre près, la hauteur SH de l'arbre.

2. Calculer, au décimètre près, le périmètre du triangle SOH.

Exercice 3 : (sur 3)



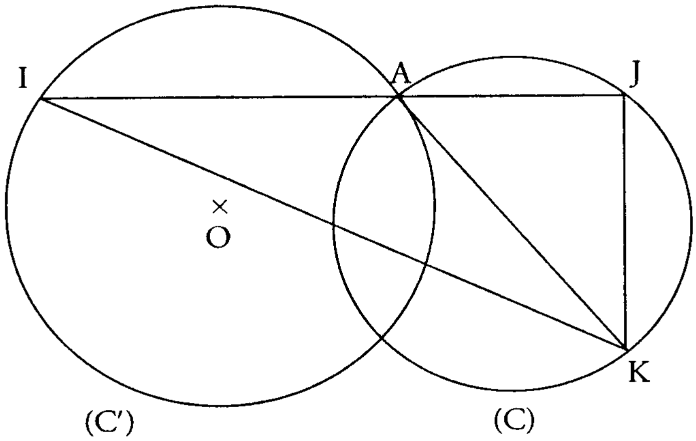
Sur la figure ci-contre, on donne :

(SR) // (KW)
RK = 99 cm
RJ = 45 cm
JW = 42 cm

Calculer la longueur SJ.

Problème (12 points)

Il faudra compléter la figure tout au long de l'exercice !



Sur cette figure, le triangle AKI est un triangle <u>isocèle de sommet principal A</u> tel que AK = 4 cm et $\widehat{AIK} = 25°$. Le cercle (C) de diamètre [AK] recoupe la droite (AI) au point J.
(C') est le cercle de centre O passant par les points A et I.

1. Coder la figure et y porter les renseignements de l'énoncé.

2. Calculer la mesure de $\widehat{IAK}$ en expliquant la méthode ; en déduire que $\widehat{JAK} = 50°$.

3. Prouver que le triangle AJK est rectangle en J.

On admet maintenant que <u>le triangle AJK est rectangle en J</u> :

4. Calculer JK et IJ . (on donnera la valeur exacte puis la valeur arrondie à 0,1 près)

5. Placer le point M milieu de [IA]
Expliquer pourquoi (OM) est la médiatrice de [IA].
En déduire que les droites (OM) et (JK) sont parallèles.

6. (IK) coupe (OM) en L. Placer le point L.
Calculer LM (Utiliser les valeurs trouvées dans les questions précédentes).
On précisera le théorème utilisé.

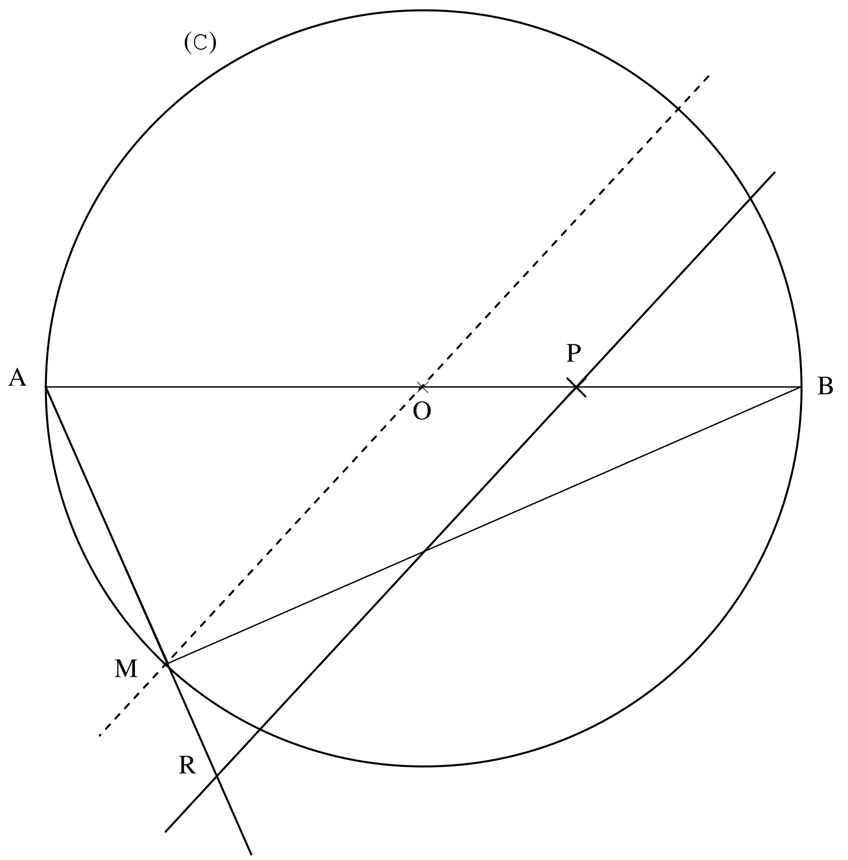
Problème (12 points)

(C) est un cercle de centre O et de rayon 5 cm ; le segment [AB] est un diamètre du cercle (C).
M est un point du cercle (C) tel que AM = 4 cm ; P est le point du segment [AB] tel que AP = 7 cm et R est le point de la demi droite [AM) tel que AR = 5,6 cm.

1. Construire une figure précise.
2. a/ Quelle est la nature du triangle AMB ? Justifier.
   b/ Calculer la mesure arrondie au degré de l'angle $\widehat{MAB}$.
   En déduire la mesure arrondie au degré de l'angle $\widehat{MBA}$.
3. Les droites (OM) et (PR) sont-elles parallèles ? Justifier la réponse.

Correction

1/ La figure est réalisée ci-contre en vraie grandeur avec P situé sur le segment [AB] à 7 cm de A et R situé sur la demi droite [AM) à 5,6 cm de A. (0,5 pt)



2/ a/ Puisque le triangle AMB est inscrit dans le cercle (C) de diamètre [AB], il est rectangle en M. (1 pt)

2/ b/ Puisque le triangle AMB est rectangle en M, on peut utiliser la relation $\cos \widehat{MAB} = \frac{AM}{AB} = \frac{4}{10}$ et à la calculatrice $\cos^{-1}\left(\frac{4}{10}\right) = 66{,}42 \ldots$ La mesure de $\widehat{MAB}$ arrondie au degré est 66°. (1,5 pts)

Puisque $\widehat{MBA}$ est l'angle complémentaire de $\widehat{MAB}$ dans le triangle rectangle ABC, on a
$\widehat{MBA} = 90° - 66° = 24°$
La mesure de $\widehat{MBA}$ arrondie au degré est 24°. (1 pt)

3/ D'une part : $\frac{AM}{AR} = \frac{4}{5{,}6}$ et d'autre part : $\frac{AO}{AP} = \frac{5}{7}$; puisque $4 \times 7 = 5{,}6 \times 5 = 28$, on a $\frac{4}{5{,}6} = \frac{5}{7}$ c'est-à-dire $\frac{AM}{AR} = \frac{AO}{AP}$; ainsi $\frac{AM}{AR} = \frac{AO}{AP}$ avec les points A, M et R alignés dans <u>le même ordre</u> que les points A, O et P alors d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (OM) et (PR) sont parallèles. (2 pts)